［I］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

（1） 方程式 $4\left||x|-1\right|=x+2$ の解をすべて求めると $x=\boxed{（あ）}$ となる。

（2） 整式 $x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$ は，整数を係数とし，次数が1以上で，かつ最高次の項の係数が1であるような3つの整式 $\boxed{（い）}$，$\boxed{（う）}$，$\boxed{（え）}$ の積に因数分解される。

（3） 関数 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{3x^3-2x^2}$ と $g(x)=\log_9(3x^2-2)$ の定義域をそれぞれ集合 A, B で表すと，$A\cap B=\{x\,|\,x$ は $x>\boxed{（お）}$ をみたす実数$\}$ である。実数 x が集合 $A\cap B$ の要素であるとき，$f(x)+g(x)<0$ となるための条件は，$\boxed{（お）}<x<\boxed{（か）}$ または $x>\boxed{（き）}$ となることである。

（4） 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$（ただし $a_1\neq 0$ かつ $a_1\neq 1$）に対して1次関数 $f_n(x)=a_nx+b_n$ $(n=1, 2, \ldots)$ を定める。また，$\alpha=a_1$，$\beta=b_1$ とおく。すべての自然数 n に対して $(f_n\circ f_1)(x)=f_{n+1}(x)$ が成り立つとき，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を α と β の式で表すと $a_n=\boxed{（く）}$，$b_n=\boxed{（け）}$ となる。

［Ⅱ］

以下の文章の空欄に適切な式を入れて文章を完成させなさい。ただし（い）〜（か）に記入する式は文字 n についての分数式で，可能な限り約分され，また分母と分子は可能な限り実数の範囲で因数分解されたものとする。

$2n$ 個の玉があり，そのうち k 個は赤，他は白とする。ただし $n>k>1$ である。また袋 A，B が用意されているとする。

（1） $2n$ 個の玉から n 個を無作為に選んで袋 A に入れ，残りを袋 B に入れる。袋 A に i 個 $(0 \leqq i \leqq k)$ の赤玉が入る確率を $p(n, k, i)$ とおく。k と i を固定して $n \to \infty$ とするときの $p(n, k, i)$ の極限値を k と i の式で表すと $\lim_{n \to \infty} p(n, k, i) = \boxed{（あ）}$ となる。また $n>3$ のとき $p(n, 3, 1) = \boxed{（い）}$ である。

以下 $n>k=3$ として，袋 A に赤玉が 1 個，袋 B に赤玉が 2 個入っている状態を状態 S と呼ぶ。また袋 A，B のそれぞれから同時に玉を 1 個ずつ無作為に取り出して，玉が入っていた袋と逆の袋に入れる操作を操作 T と呼ぶ。

（2） 状態 S から始めて操作 T を 1 回行なった後で袋 A から玉を 1 個無作為に取り出すとき，取り出した玉が赤玉である確率は $\boxed{（う）}$ である。また，取り出した玉が赤玉だったとき，操作 T 終了後に袋 A に赤玉が 2 個入っていた条件つき確率は $\boxed{（え）}$ である。

（3） 状態 S から始めて操作 T を 3 回繰り返し行なった後に，袋 A に赤玉が 3 個入っている確率は $\boxed{（お）}$ である。

（4） 状態 S から始めて袋 A，B のそれぞれから同時に玉を 3 個ずつ無作為に取り出して，それらを玉が入っていた袋と逆の袋に入れた後に，袋 A に赤玉が 3 個入っている確率は $\boxed{（か）}$ である。

［Ⅲ］

以下の文章の空欄に適切な数，式または語句を入れて文章を完成させなさい。ただし空欄（う），（え），（お），（か），（く）には選択肢より適切なものを選んで記入し，空欄（け）には文字 a，θ の式を記入しなさい。

（1） 座標平面の点 P(x, y) を，点 T(s, t) を中心として反時計回りに角 α だけ回転させるときに，点 P が点 P$'(x', y')$ に移るとする。x' と y' を x, y, s, t, α の式で表すと

$$x' = \boxed{\text{（あ）}}, \quad y' = \boxed{\text{（い）}}$$

となる。

（2） a を正の実数とする。原点 O$(0, 0)$ を中心とする半径 a の円 C に，半径が $\dfrac{a}{2}$ で原点 O を通る円 K を点 A$(a, 0)$ において内接させる。この円 K を円 C に沿って滑らないように転がす。ただし，K と C の接点が C 上を反時計回りに動くようにする。そして，接点の座標がはじめて $(a\cos\beta, a\sin\beta)$ $(0 \leqq \beta \leqq 2\pi)$ となるようにする。円 K に対するこの操作は次の 2 段階の操作を続けて行なうことと同等である：

（i） 点 B$\left(\dfrac{a}{2}, 0\right)$ を中心として，円 K を $\boxed{\text{（う）}}$ に角 $\boxed{\text{（え）}}$ だけ回転させる。

（ii） 原点 O を中心として，円 K を $\boxed{\text{（お）}}$ に角 $\boxed{\text{（か）}}$ だけ回転させる。

（3） 円 K が点 A において円 C に内接しているとき，K の内部に固定された点 Q$(b, 0)$（ただし $0 < b < a$）をとる。円 K を，C との接点が C 上を一周するまで（2）に述べたやり方で C に沿って転がすとき，点 Q が動いてできる曲線を S_1 とする。S_1 上の点の座標を (x, y) として，S_1 の方程式を x, y を用いて書くと $\boxed{\text{（き）}}$ となる。

（4） 円 K が点 A において円 C に内接しているとき，円 C に固定された点 R$(0, a)$ をとる。今度は円 K を固定して，円 C の方を K に接した状態で滑らないように K に沿って転がす。2 つの円の接点が円 K を $\boxed{\text{（く）}}$ 回転したとき，点 R ははじめてもとの位置 $(0, a)$ に戻る。R が描く曲線を S_2 とする。原点 O を極とし，x 軸の正の部分を始線とする極座標 (r, θ) による S_2 の極方程式は $r = \boxed{\text{（け）}}$ である。ただし r, θ はそれぞれ S_2 上の点の原点からの距離，および偏角である。

（う），（え），（お），（か），（く）の選択肢
時計回り，反時計回り，β，2β，$\dfrac{1}{2}\beta$，1，2，3，4

[IV]

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

座標平面の点 A$(a,\ b)$ を1つ固定し，曲線 $y=x^2$ 上の点 P$(x,\ x^2)$ と点 A との距離の2乗を $g(x)$ とおく。関数 $y=g(x)$ のグラフが区間 $(-\infty,\ \infty)$ において下に凸となるための条件は $b \leqq$ $\boxed{\text{（あ）}}$ となることである。$b>$ $\boxed{\text{（あ）}}$ のとき $y=g(x)$ のグラフは2つの変曲点をもち，その x 座標は $\boxed{\text{（い）}}$ および $\boxed{\text{（う）}}$ である。ただし $\boxed{\text{（い）}} < \boxed{\text{（う）}}$ とする。また関数 $y=g(x)$ が極小となる x がただ1つであるために $a,\ b$ が満たすべき条件を $b \leqq F(a)$ と書くと，$F(a)=$ $\boxed{\text{（え）}}$ である。$b=F(a)$ のとき，関数 $y=g(x)$ は $x=$ $\boxed{\text{（お）}}$ において最小値をとる。さらに，連立不等式 $x \geqq 0,\ y \geqq x^2$ が表す領域を D とするとき，曲線 $y=F(x)$ の D に含まれる部分の長さ L を求めると，$L=$ $\boxed{\text{（か）}}$ である。